Exercice 1 (4 points)

1- Résoudre l'équation différentielle (E) : $y'' + \frac{1}{4}y = 0$

2- Déterminer la solution particulière f de (E) telle que $f(0) = -\frac{3}{2}$ et $f'(0) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

3- Déterminer trois nombres réels A (strictement positif), a et b tels que :
$f(x) = A\cos(ax + b)$.
On précisera bien sur la copie les formules employées

4- Calculer une primitive de f sur IR et en déduire la valeur exacte de $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\,dx$

Exercice 2 (4 points)

Une urne contient n boules blanches (n est non nul), deux boules noires et trois boules rouges. On extrait au hasard une boule de l'urne, on regarde sa couleur. Toutes les boules ont la même probabilité d'être choisies.

1°

a. Déterminer la probabilité p_1 d'obtenir une boule blanche, la probabilité p_2 d'obtenir une noire et la probabilité p_3 d'obtenir une rouge.

b. Déterminer n pour que la probabilité p_2 soit égale à $\frac{2}{11}$.

c. Déterminer n pour que la probabilité p_2 soit égale à $\frac{1}{5}$.

2° On suppose dans cette question que $n = 5$. On associe à chaque couleur un nombre de points comme cela est précisé dans le tableau ci-dessous.

Couleur de la boule	Nombre de points
noir	7
rouge	2
blanc	3

Soit X la variable aléatoire qui à chaque boule associe le nombre de points correspondant.

a. Définir la loi de probabilité de X (tableau)

Calculer l'espérance mathématiques, la variance et la valeur décimale approchée arrondie à 10^{-1} près de l'écart type de X.

Problème (12 pts)

LA PARTIE A est TOTALEMENT INDEPENDANTE

Partie A

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]1, +\infty[$. On donne ci-dessous son tableau de variation.

x	1		3		$+\infty$
f '(x)	‖	-	0	+	
f (x)	‖ $+\infty$	↘	2.5	↗	$+\infty$

De plus on admet que pour tout x élément de $]1, +\infty[$, f(x) peut s'écrire sous la forme

$f(x) = ax + \dfrac{b}{x - c}$, où a, b et c sont trois nombres réels (avec a et b non nuls) que l'on se propose de déterminer à partir des indications fournies par le tableau de variation de f.

On appelle (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

a . 1- Utiliser le tableau de variation pour justifier l'existence d'une droite (D) asymptote à (C). Donner une équation de (D). En déduire la valeur de c.

Pour les questions suivantes on prendra c = 1.

b- Le tableau de variation nous fourni les coordonnées d'un point particulier de (C). En déduire une relation entre les nombres a et b.

c- Calculer la dérivée f ' de f . Utiliser le tableau de variation pour trouver une seconde relation entre a et b.

d- Déterminer les nombres a et b.

Partie B

Soit la fonction f définie sur **R** par : $f(x) = (x^2 - 1)\, e^x$. On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unité graphiques : 1 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées.

a- Calculer les limites de f(x) en $+\infty$ et $-\infty$. En déduire une équation d'une asymptote à la courbe (C).

b- Calculer f ' (x) et étudier son signe.

c- Etablir le tableau de variations de f.

d- Tracer la courbe (C).

Partie C

a- Montrer que la fonction $F(x) = (x^2 - 2x + 1)\, e^x$ est une primitive de f(x).

Calculer le nombre $\mathbf{I} = \int_{-5}^{-1} f(x)\, dx$. Expliquer quelle aire représente ce nombre.