Exercice 1 Complexes (3 points)

Le nombre i désigne le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\frac{\pi}{2}$.

Soient deux nombres complexes z et z' définis par :

$z = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ et $z' = 1 - i$;

1. Calculer les formes algébriques des complexes suivants (on mettra bien en évidence les parties réelles et imaginaires):

   $z + z'$; $z z'$; z^2 et $\frac{z}{z'}$

2. Déterminer une forme trigonométrique des complexes z et z'.
3. Ecrire z, z^2 et $\frac{z}{z'}$ sous leur forme exponentielle.

Exercice 2 Complexes (6 points)

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Soit $P(z) = z^3 - 7z^2 + 20z - 24$, où z est un nombre complexe.

1. **a)** Vérifier que $P(3) = 0$.

b) Déterminer les nombres a, b et c tels que, pour tout nombre complexe z,

$P(z) = (z - 3)(az^2 + bz + c)$.

c) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z^2 - 4z + 8 = 0$ (on donnera la forme algébrique des solutions). En déduire les solutions de l'équation $P(z) = 0$.

2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

On note A, B, C les points d'affixes respectives $2 + 2i$; 4 ; $2 - 2i$.

a) Placer ces trois points.

b) Montrer que OA = OC = AB = CB.

c) Donner les formes trigonométriques de $z_A = 2 + 2i$ et de $z_C = 2 - 2i$.

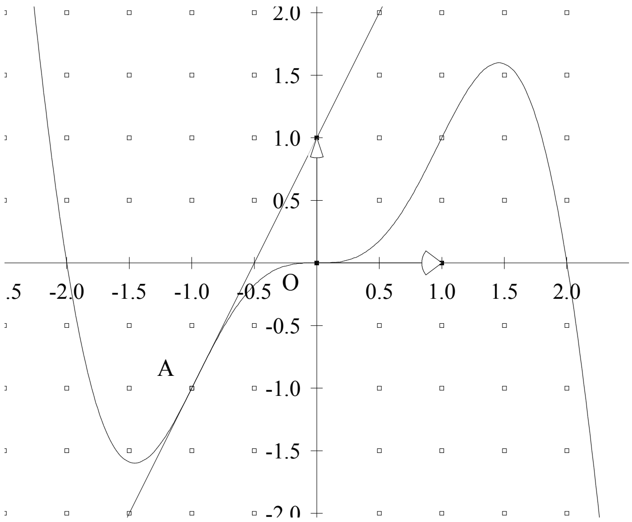
En déduire la nature du quadrilatère OABC.

Exercice 3 Lecture graphique (3 points)

La courbe ci-contre représente une fonction f sur l'intervalle [-2.5 ; 2.5]. Le point A a pour coordonnées (-1 ; -1). On a tracé la tangente à la courbe en A.

Répondre aux questions suivantes sans aucune justification :

1. Combien de fois s'annule la dérivée de f sur l'intervalle [-2.5 ; 2.5]
2. Résoudre l'équation f(x) = 0
3. Quelle est la parité de la fonction f ?
4. Combien font f(-1) ; f(1) ?
5. Combien font f '(-1) ; f '(1) ?



Exercice 4 Etude d'une fonction (8 points)

On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = $x^4 - x^3 - 2x^2 + 1$

1. Déterminer la dérivée f '(x)
2. Etudier avec précision le signe de la dérivée f '(x)
3. Dresser le tableau de variations de f. Pour les deux extremums on pourra donner une valeur approchée au centième.
4. Construire la courbe associée à la fonction f et tous ses éléments de contrôle dans un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$) orthonormal d'unités 2 cm.
5. Résoudre l'équation f(x) = 1 .
6. Soit (T) la tangente à la courbe au point A (1 ; -1). Déterminer une équation de (T) et tracer (T) sur la représentation graphique.