Exercice 1 Complexes (3 points)

Le nombre i désigne le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\frac{\pi}{2}$.

Soient deux nombres complexes z et z' définis par :

$z = 3 - 2i$ et $z' = 1 - i$;

1. Calculer les formes algébriques des complexes suivants (on mettra bien en évidence les parties réelles et imaginaires):

   $z + z'$; $z z'$; z^2 et $\frac{z}{z'}$

2. Déterminer une forme trigonométrique de z'.

Exercice 2 Complexes (5 points)

Le nombre i désigne le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\frac{\pi}{2}$.

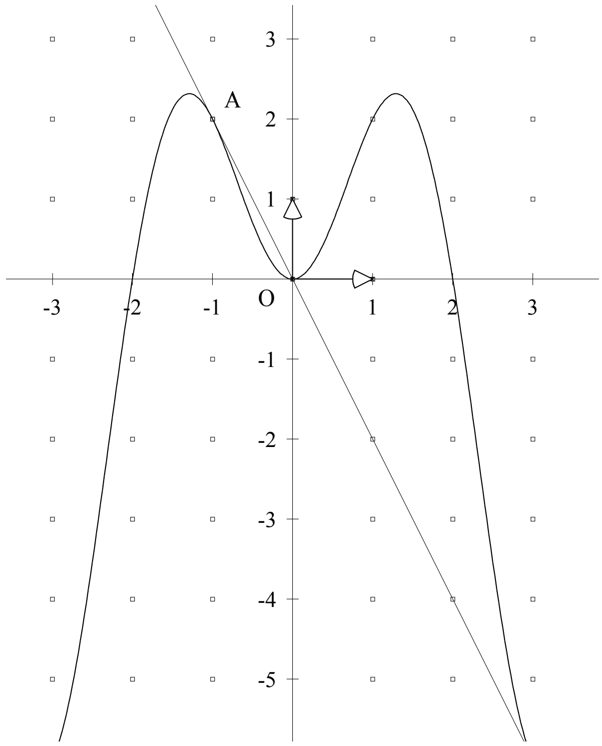
1. Calculer $\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2$, $\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^2$ et $\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)$
2. Déterminer le module et un argument du nombre complexe Z égal à $8\sqrt{2} + 8i\sqrt{2}$.
3. On considère le nombre complexe Z ' tel que $Z' = 2\sqrt{2+\sqrt{2}} + 2i\sqrt{2-\sqrt{2}}$. Vérifier que $(Z')^2 = Z$.
4. Déduire des résultats obtenus aux questions précédentes (en utilisant au mieux la forme exponentielle)
   a. Le module et un argument de Z '
   b. les valeurs numériques exactes de $\cos\frac{\pi}{8}$ et $\sin\frac{\pi}{8}$.

Exercice 3 Lecture graphique (4 points)

La courbe ci-contre représente une fonction f sur l'intervalle [-3 ; 3]. Le point A a pour coordonnées (-1 ; 2). La droite (AO) est tangente à la courbe en A.

Répondre aux questions suivantes sans aucune justification :

1. Combien de fois s'annule la dérivée de f sur l'intervalle [-3 ; 3]
2. Résoudre l'équation f(x) = 0
3. Combien de solutions admet l'équation f(x) = 1 ;
4. Quelle est la parité de la fonction f ?
5. Combien font f(-1) ; f(1) ?
6. Combien font f '(-1) ; f '(1) ?



Exercice 4 Etude d'une fonction (8 points)

On considère la fonction f définie sur IR par f(x) = $x^3 - 3x^2 + x + 1$

1. Déterminer la dérivée f '(x)
2. Etudier avec précision le signe de la dérivée f '(x)
3. Dresser le tableau de variations de f. Pour les deux extremums on pourra donner une valeur approchée au centième.
4. Construire la courbe associée à la fonction f et tous ses éléments de contrôle dans un repère (O, i, j) orthonormal d'unités 2 cm.
5. Expliquer pourquoi l'équation f(x) = 0 a une, et une seule solution, sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$. On appellera α cette solution.
6. A l'aide de la calculatrice déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près. Expliquer la méthode employée.
7. Soit (T) la tangente à la courbe au point A (1 ; 0). Déterminer une équation de (T) et tracer (T) sur la représentation graphique.