

Exercice 1 (4 pts)

Un objet produit en série a un coût de production de 950 F. Il peut présenter, à l'issue de sa fabrication, un défaut A, un défaut B ou même les deux défauts. La garantie permet de faire les réparations aux frais du fabriquant avec les coûts suivants :

- 100 F pour le seul défaut A,
- 150 F pour le seul défaut B,
- 250 F pour les deux défauts A et B.

a- On prélève un lot de 200 objets. Le défaut A est observé sur 16 objets, le défaut B sur 12 objets et 180 objets n'ont aucun défaut. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre d'objets	Avec le défaut A	Sans le défaut A	Total
Avec le défaut B			
Sans le défaut B			
Total			200

Par la suite de l'exercice on admettra que, sur l'ensemble de la production, 90% des objets n'ont aucun défaut, 4% ont le seul défaut A, 2% ont le seul défaut B et 4% ont les deux défauts A et B

b- On note X la variable aléatoire qui, à chaque objet choisi au hasard, associe son prix de revient, c'est à dire le coût de production augmenté éventuellement du coût de réparation. Présenter cette variable aléatoire et sa loi de probabilité sous forme d'un tableau (*on pourra reproduire et compléter le tableau ci-dessous.*)

Valeurs de X : xi				1200
P(X = xi)				

- c- 1. Calculer l'espérance mathématique E(X) et l'écart type $\sigma(X)$ de cette variable aléatoire. Que représente E(X) pour l'usine ? On admet par la suite que tous les objets produits sont vendus.
2. L'usine peut-elle espérer faire des bénéfices en vendant 960 F chaque objet produit ?
3. L'usine veut faire un bénéfice moyen de 100 F par objet. Expliquer comment on doit alors choisir le prix de vente de chacun d'eux.

Exercice 2 (4 pts)

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal (O, u, v) (unité graphique : 8 cm), on

considère un point M₀ d'affixe z₀ = 1. Soient M₁ le point d'affixe z₁ = $\frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot z_0$, M₂ le point

d'affixe z₂ = $\frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot z_1$, M₃ le point d'affixe z₃ = $\frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot z_2$ et, d'une façon générale M_{n+1} le

point d'affixe z_{n+1} = $\frac{1}{2} e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot z_n$ où n est un entier naturel.

a- Déterminer le module et un argument de z₁, z₂, z₃ et placer les points M₁, M₂, M₃ dans le plan complexe.

Pour tout entier naturel n on pose r_n le module de z_n.

- 1- Déterminer la nature de la suite r_n (*arithmétique ou géométrique, raison..*).
- 2- Déterminer la somme S₅ = OM₀ + OM₁ + + OM₅.

b- Prouver que pour tout entier naturel n $z_{n+1} - z_n = i \sqrt{3} \cdot z_{n+1}$.

Problème (12 pts)

LES PARTIES A et B sont TOTALEMENT INDEPENDANTES

Partie A

Soit f une fonction définie et dérivable sur $]1, +\infty[$. On donne ci-dessous son tableau de variation.

x	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		2.5		$+\infty$

De plus on admet que pour tout x élément de $]1, +\infty[$, $f(x)$ peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = ax + \frac{b}{x - c}, \text{ où } a, b \text{ et } c \text{ sont trois nombres réels (avec } a \text{ et } b \text{ non nuls) que l'on se}$$

propose de déterminer à partir des indications fournies par le tableau de variation de f .

On appelle (C) la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal.

a . 1- Utiliser le tableau de variation pour justifier l'existence d'une droite (D) asymptote à (C). Donner une équation de (D).

2-En déduire la valeur de c .

Pour les questions suivantes on prendra $c = 1$.

b- Le tableau de variation nous fourni les coordonnées d'un point particulier de (C). En déduire une relation entre les nombre a et b .

c- Calculer la dérivée f' de f . Utiliser le tableau de variation pour trouver une seconde relation entre a et b .

d- Déterminer les nombres a et b .

Partie B

Soit la fonction f définie sur \mathbf{IR} par : $f(x) = (2x^2 - 5x + 2) e^x$. On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques : 2 cm en abscisses et 1 cm en ordonnées.

a- Calculer les limites de $f(x)$ en $+\infty$ et $-\infty$. En déduire une équation d'une asymptote à la courbe (C).

b- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.

c- Etablir le tableau de variation de f .

d- Calculer les coordonnées des points N, M et P suivants :

- N est le point d'intersection de (C) avec l'axe des ordonnées.
- M et P sont les points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses ($x_M < x_P$)

e- Déterminer une équation de la droite (D) tangente à la courbe (C) en N.

f- Tracer la courbe (C).

g- Résoudre graphiquement l'inéquation d'inconnue x $f(x) > 0$

Selon les valeurs du réel k indiquer par une lecture graphique quel semble être le nombre de solutions de l'équation d'inconnue x : $f(x) = k$.