EXERCICE 1

Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes. Pour chacune d'elle deux réponses sont proposées dont une et une seule est correcte. Un candidat répond chaque fois au hasard (on suppose donc l'équiprobabilité des réponses).

1- On note V une réponse correcte et F une réponse incorrecte, exemple : VFFV signifie que la première et la quatrième sont correctes et les deux autres incorrectes. Etablir la liste des seize résultats possibles (que l'on pourra présenter à l'aide d'un arbre).

2- Quelle est la probabilité pour que le candidat donne la bonne réponse :

- **a-** à la première question posée ?
- **b-** à une seule des quatre questions posées ?
- **c-** aux quatre questions posées ?

3- Soit X la variable aléatoire égale au nombre de réponses correctes données par le candidat.

- **a-** Donner les différentes valeurs prises par X

Donner la loi de probabilité de X

Calculer l'espérance mathématique de X

4- Un candidat sera reconnu apte s'il donne au moins trois réponses correctes. Quelle est la probabilité qu'un candidat répondant au hasard soit reconnu apte ?

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm. On considère les nombres complexes $z_A = 5 - 5i$ et z_B de module égal à $5\sqrt{2}$ et d'argument égal à $\frac{-7\pi}{12}$, d'images respectives A et B.

1-

- **a-** Placer le point A.
- **b-** Calculer le module et un argument de z_A.

Soit la fonction f de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f(z) = z\, e^{\frac{-i\pi}{3}}$.

- **a-** Quelle est la transformation géométrique associée à f ?
- **b-** Montrer par le calcul que $f(z_A) = z_B$.
- **c-** En déduire la construction de B (on laissera les traits de construction).

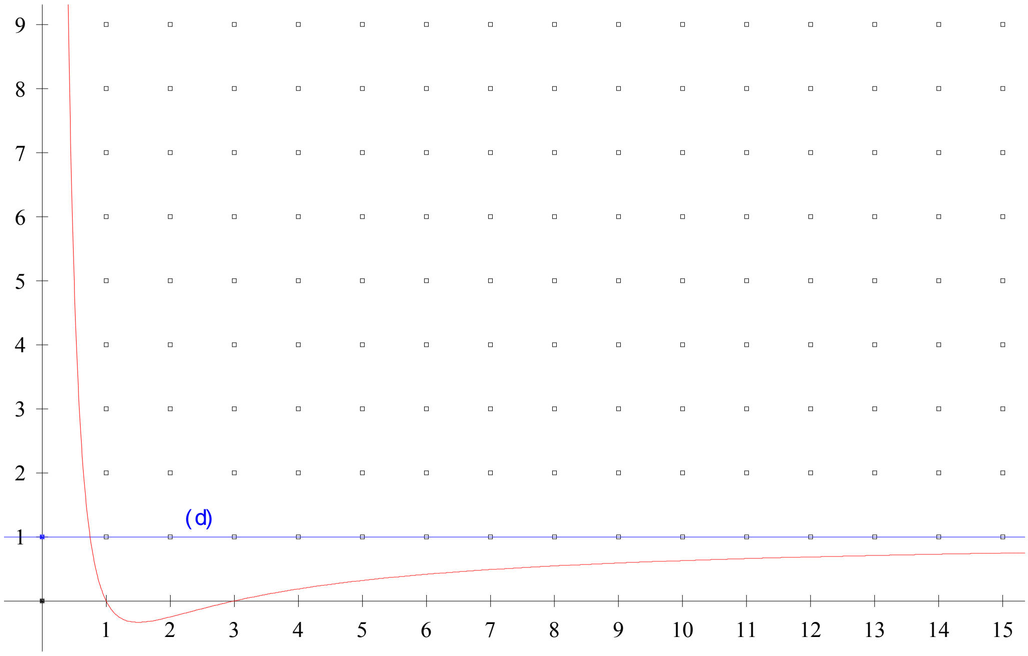
2-

- **a-** Exprimer $e^{\frac{-i\pi}{3}}$ sous forme algébrique.
- **b-** Calculer $f(z_A)$ sous forme algébrique.
- **c-** En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$.

PROBLEME

Partie A : Exploitation d'un graphique

On considère la fonction g définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ *, dont la représentation graphique (C) obtenue sur l'écran d'une calculatrice est donnée par la figure 1 ci-dessous. On précise que la courbe (C) ne coupe l'axe des abscisses qu'en deux points et qu'elle admet l'axe des ordonnées et la droite (d) qui est parallèle à l'axe des abscisses comme asymptotes.*



1- A partir de cette représentation graphique déterminer :
- **a-** la limite de g(x) lorsque x tend vers 0;
- **b-** la limite de g(x) lorsque x tend vers l'infini.

2- Dresser un tableau donnant le signe de g(x) lorsque x décrit l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

3- on admet que $g(x) = \dfrac{a x^2 + b x + c}{x^2}$ où a, b et c sont trois nombres réels.
- **a-** En calculant la limite de $\dfrac{a x^2 + b x + c}{x^2}$ lorsque x tend vers l'infini, montrer que : $a = 1$.
- **b-** Lire g(1) et g(3) sur le graphique et en déduire un système de deux équations permettant d'obtenir b et c.
- **c-** Résoudre ce système et exprimer g(x) en remplaçant a, b et c par leurs valeurs.

Partie B : la fonction logarithme népérien

1- Résoudre dans IR les équations suivantes :
- **a-** $\ln(3 - 5x) = 2$
- **b-** $\ln(x^2 - 4) = \ln 5 + 2 \ln 3$
- **c-** $(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$

2- Résoudre dans IR les inéquations suivantes :
- **a-** $\ln(3 - x) + 1 > 0$
- **b-** $\ln(x - 2) < 3$

Déterminer la limite en zéro et l'infini des fonctions ci-dessous définies sur $]0\ ;\ +\infty[$:
- **a-** $f(x) = x - \ln x$
- **b-** $g(x) = 3x^2 - \ln x$

3- Déterminer la dérivée de la fonction sur l'intervalle donné :
- **a-** $h(x) = x - 2 - 2\ln x$ définie sur $]0\ ;\ +\infty[$
- **b-** $k(x) = \ln(1 + x^2)$ définie sur IR

$p(x) = (3 + x)\ln(2x - 5)$ définie sur $\left]\dfrac{5}{2}\ ;\ +\infty\right[$